



Concursul Alexandru Myller
Colegiul Național, Iași, 26.03.2005
Clasa a IV-a

1. Aflați numărul a din egalitatea $8 \cdot \{212 - 5 \cdot [a + 3 \cdot (5 \cdot 6 - 17)]\} = 96$.
2. Câte numere naturale n verifică relația $(n + 7) \cdot (n + 8) < 100$?
3. Calculați $3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2005 - 2 - 4 - 6 - 8 - \dots - 2004$.
4. Câte numere cuprinse între 100 și 901 se împart exact la 9?
5. Ionel are de rezolvat două fișe cu câte 20 de probleme fiecare. De pe prima fișă a rezolvat un număr de probleme, iar de pe a doua atâtea probleme câte i-au mai rămas de pe prima fișă. Câte probleme mai are de rezolvat Ionel?
6. Să se calculeze suma numerelor de forma \overline{ab} , $a < b$, știind că $\overline{ab} + \overline{ba} = 143$.
7. Sunt 36 de fete într-o clasă, 19 brunete și 22 cu ochi albaștri. Câte din ele sunt brunete și cu ochi albaștri?
8. Niște copii au 2 acadele și 4 mere fiecare, iar alții au 5 acadele și 3 mere fiecare. În total, au 9 acadele. Câte mere au?
9. Dacă 2 stilouri costă cât 3 caiete sau cât 5 pixuri, iar 6 stilouri și 5 caiete costă 210000 lei, aflați cât costă fiecare obiect.
10. La o librărie, vânzându-se zilnic același număr de caiete, după cinci zile au mai rămas 200 bucăți. Să se afle câte bucăți au fost inițial, știind că dacă se vindeau zilnic cu 200 bucăți mai mult, în două zile s-ar fi vândut jumătate din întreaga cantitate.
11. Care este restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2004 + 2006$ la numărul 2005?
12. Florin a completat șirul de numere 1, 2, 4, 3, 5, 6, 8, 7, 9, 10, 12, 11, ... cu încă patru numere, după o anumită regulă. Care sunt aceste numere?
13. Maria a început să citească o carte pe 1 iulie. În fiecare zi ea citește același număr de pagini și termină cartea pe 31 iulie. Dacă în prima zi ar fi citit de patru ori mai puține pagini și în fiecare zi care urmează, câte o pagină mai mult decât în ziua precedentă, ea ar fi terminat cartea tot pe 31 iulie. Câte pagini are cartea?
14. La întâlnirea intergalactică de pe planeta Sync au sosit 14 adulți și 25 copii. S-au format trei grupe: în grupa 1, fiecare adult este însoțit de câte un copil; în grupa 2, fiecare adult este însoțit de câte doi copii, iar în grupa 3, fiecare adult este însoțit de câte trei copii. Se știe că numărul adulților din grupa 1 este mai mare decât 6, iar numărul total al copiilor din grupele 2 și 3 este mai mare ca 17. Aflați câți adulți și câți copii sunt în fiecare grupă.
15. Dimineața, o cioară zboară pe prima creangă și croncăne o dată, apoi zboară pe a doua creangă și croncăne de două ori, apoi zboară pe a treia creangă și croncăne de trei ori și așa mai departe. Pe a câta creangă va sta cioara când va croncăni a 40-a oară?



Concursul Alexandru Myller

Colegiul Național, Iași, 26.03.2005

Clasa a V-a

1. Aflați \overline{ab} , dacă $\overline{ab5} = 5^{a+b}$.
2. Suma cifrelor unui număr natural de zece cifre este 9. Care este produsul cifrelor numărului?
3. Într-o livadă sunt mai mult de 90 pomi, dar mai puțin de 100. O treime sunt meri, un sfert sunt pruni, iar restul cireși. Câți pomi sunt în livadă?
4. Aflați numărul natural x pentru care $x^2 + 10^{2004} = 10^{2005}$.
5. Calculați suma elementelor mulțimii $\{\overline{ab} \mid \overline{ab} + \overline{ba} = 110\}$.
6. Aflați două numere naturale cu proprietatea că cel mai mare divizor comun al lor este 7, iar suma pătratelor lor este 637.
7. Dodo a uitat ultimele trei cifre ale codului de la seif, care avea forma $\overline{20042005abc}$. Știind că numărul este multiplu de 25, câte combinații trebuie să încerce pentru a deschide seiful dacă nu are deloc noroc?
8. Fie $a = 2^3 \cdot 2^6 \cdot \dots \cdot 2^{300}$ și $b = (27^3)^{1010}$. Care este numărul mai mic?
9. Suma a 13 numere naturale nenule distincte este 92. Care este cel mai mare posibil termen al sumei?
10. Dintr-un număr de patru cifre ștergem ultima cifră, iar numărul obținut îl scădem din cel inițial, obținând 2005. Care este numărul?
11. Fie n cel mai mic număr natural nenul cu proprietatea că $2 \cdot n$ este pătrat perfect, iar $3 \cdot n$ este cub perfect. Aflați numărul divizorilor proprii ai lui n .
12. Aflați exponentul lui 2 din descompunerea în factori primi a numărului $n = 31 \cdot 32 \cdot \dots \cdot 50$.
13. Suma a doi multipli consecutivi de câte trei cifre ai lui 13 este un număr ce are exact nouă divizori. Care este cel mai mare dintre cei doi multipli?
14. La înmulțirea a două numere naturale, un elev a greșit un factor astfel: cifra sutelor a mărit-o cu 3, cifra zecilor a micșorat-o cu 2, iar cifra unităților a mărit-o cu 1. În consecință, rezultatul înmulțirii a fost 136234. Găsiți numerele, știind că produsul inițial era 63455.
15. Aflați numărul maxim al posibilităților de completare a pătratului de mai jos cu numere naturale, astfel încât suma elementelor de pe orice linie și orice coloană să fie 2005.

1		
	1	
		1



Concursul Alexandru Myller
Colegiul Național, Iași, 26.03.2005
Clasa a VI-a

1. Care este cel mai mare număr natural de cinci cifre distincte care se divide cu 25?
2. Câte numere naturale de forma \overline{abc} , scrise în baza 10, au proprietatea că $a \cdot b \cdot c = 30$?
3. Care este suma primelor 50 de zecimale ale fracției $\frac{19}{22}$?
4. Raportul lungimilor a două laturi ale unui triunghi isoscel este $\frac{1}{3}$. Care este raportul dintre baza și perimetrul triunghiului?
5. Cât este suma $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+99}$?
6. Numerele 1330 și 344, împărțite la un același număr natural n , dau resturile 10, respectiv 8. Care este cea mai mică valoare posibilă a lui n ?
7. Care sunt numerele naturale nenule x, y, z cu $x + y + z \leq 30$, dacă numerele $(x + y; y - x; 20)$ sunt direct proporționale cu $(8; 3; z)$?
8. Care este numărul soluțiilor (x, y) , cu $x, y \in \mathbf{N}^*$, ale ecuației $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$?
9. Se consideră patru semidrepte cu aceeași origine. Care este numărul maxim de unghiuri obtuze pe care le determină?
10. Unghiul $\sphericalangle xOy$ are măsura, în grade, număr natural. Semidreapta $[Oz, \text{interioară unghiului, formează cu laturile acestuia unghiuri de măsuri } a^\circ b', \text{ respectiv } b^\circ a', \text{ cu } a, b \in \mathbf{N}^*, a, b \leq 59$. Care este măsura unghiului $\sphericalangle xOy$?
11. Trei pisici mănâncă trei șoareci într-o oră și jumătate. În cât timp zece pisici mănâncă douăzeci de șoareci?
12. La o petrecere la care participă, Ioana cunoaște pe toți cei prezenți, pe unii după nume, pe alții după înfățișare. Ea cunoaște după nume și în același timp după înfățișare pe 50% dintre cei prezenți (afară de ea), după înfățișare pe 80% dintre cei prezenți (afară de ea), iar după nume cunoaște 63 de persoane (afară de ea). Câte persoane au participat la petrecere?
13. Fie $A = \{1, 2, 3, \dots, 2005\}$. Din mulțimea A alegem, la întâmplare, un număr oarecare de elemente. Care este probabilitatea ca produsul elementelor alese să fie egal cu produsul elementelor rămase în A ?
14. Pentru un număr natural n , prin *lungime* înțelegem numărul de factori din scrierea lui n ca produs de numere prime. De exemplu, numărul 90 are lungimea 4, întrucât $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. Câte numere cel mult egale cu 100 au lungimea 3?
15. Avem 10 plăci dreptunghiulare de dimensiuni $1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$. Folosind un număr oarecare de plăci, formăm un dreptunghi; îl stricăm, apoi formăm alt dreptunghi, cu alte dimensiuni etc. Formăm astfel toate dreptunghiurile diferite posibile (pătratul este dreptunghi!). Care este suma perimetrelor tuturor?