CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Ediția a XXVIII-a

ETAPA LOCALĂ – 30 ianuarie 2026

Clasa a X–a – Secțiunea H2 – Profil real, specializarea științe ale naturii

Subiectul 1. (*20 puncte*)

Dacă notăm $A_m = \left(\sqrt{2}+1\right)^m + \left(\sqrt{2}-1\right)^m$, să se arate că:

a) $A_4 = A_3 \cdot A_1 - A_2$;

b) $A_{m+n} = A_m \cdot A_n - A_{m-n}$, unde $m > n$, $m, n \in \mathbb{N}$.

Subiectul 2. (*20 puncte*)

a) Dacă $x, y, z \in (1, +\infty)$, arătați că expresia $E = x^{\lg\frac{y}{z}} \cdot y^{\lg\frac{z}{x}} \cdot z^{\lg\frac{x}{y}}$ are valoare constantă.

b) Dacă $\lg 2 = p$ și $\lg 3 = q$ exprimați $\log_{30} 24$ în funcție de p și q.

Subiectul 3. (*20 puncte*)

Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$, astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ și $z_1 + z_2 + z_3 = 1$.

a. Demonstrați că: $z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

b. Arătați că unul dintre numerele z_1, z_2, z_3 este egal cu 1.

c. Determinați valoarea expresiei: $\frac{1}{z_1^3} + \frac{1}{z_2^3} + \frac{1}{z_3^3}$.

Subiectul 4. (*30 puncte*)

În sezonul rece al anului școlar trecut, epidemia de gripă s-a răspândit într-un liceu conform legii $p(t) = 0,55 - 16^{-0,25 \cdot t}$, unde $p(t)$ reprezintă procentul de elevi (din numărul total al acestora) care a venit în contact cu boala, iar t este numărul de săptămâni trecute de la semnalarea primului caz de gripă în comunitatea liceului.

a) În liceu învață 500 de elevi. Câți elevi au intrat în contact cu boala după o săptămână de la semnalarea primului caz de gripă?

b) În a câta săptămână de la debutul epidemiei au intrat în contact cu boala mai mult de jumătate din elevii liceului?

Notă:

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; ***se acordă 10 puncte din oficiu****.*

Punctajul maxim este de 100 de puncte.

Str. N. Bălcescu nr. 26, 700117, Iași
Tel: +40 (0)232 26 80 14
Fax: +40 (0)232 26 77 05
www.isjiasi.ro