Olimpiada Națională de Matematică 2026

Etapa locală - Iași, 30 ianuarie 2026

Clasa a X-a

- **Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

22p	**Problema 1.** Demonstrați că **(12p)** a) $\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10}-\sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}=2$; **(10p)** b) $\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{6+...+\sqrt[3]{6}}}<2,$ unde avem n radicali, $n\in\mathbb{N}^*$, $n\geq 2$.

Gazeta Matematică 10/2025 (Supliment)

22p	**Problema 2.** Demonstrați că $\left\|\frac{6z-i}{2+3iz}\right\|\leq 1$ dacă și numai dacă $\|z\|\leq\frac{1}{3}$, unde i este unitatea imaginară și $z\in\mathbb{C}\setminus\left\{\frac{2i}{3}\right\}$.

23p	**Problema 3.** Determinați toate funcțiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ care verifică simultan următoarele condiții: (1) $f(x)\leq\ln x,\ \forall x\in(0,+\infty)$; (2) $f(xy)\leq f(x)+f(y),\ \forall x, y\in(0,+\infty)$.

23p	**Problema 4.** Se consideră un triunghi ABC și un sistem de coordonate xOy, cu originea în centrul cercului circumscris acestui triunghi. **(11p)** a) Demonstrați că ortocentrul H al triunghiului ABC are afixul $h=a+b+c$, unde a, b, c sunt afixele vârfurilor A, B, C (în raport cu sistemul xOy considerat). **(12p)** b) Fie S cercul circumscris triunghiului ABC și S_{AB}, S_{BC}, S_{CA} cercurile simetrice cercului S față de dreptele AB, BC, respectiv CA. Demonstrați că cercurile S_{AB}, S_{BC}, S_{CA} au un punct comun.

Str. N. Bălcescu nr. 26, 700117, Iași
Tel: +40 (0)232 26 80 14
Fax: +40 (0)232 26 77 05
www.isjiasi.ro