Olimpiada Națională de Matematică 2026

Etapa locală - Iași, 30 ianuarie 2026

Clasa a XI-a

Problema 1 (22 de puncte)

Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Calculați:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \left\{\sqrt{100n^2+19n+1}\right\}$;

b) $L = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{3}{n^2}\left(1+\frac{5}{1\cdot 3}\right)\left(1+\frac{7}{2\cdot 4}\right)\left(1+\frac{9}{3\cdot 5}\right)\ldots\left(1+\frac{2n+3}{n(n+2)}\right)$.

Problema 2 (22 de puncte)

a) Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $\det\left(A^2+7\cdot I_2\right)=0$. Calculați $\det\left(A^2-3A+7\cdot I_2\right)$.

b) Fie $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $BA^4 = I_n + B$. Arătați că $AB = BA$.

Problema 3 (23 de puncte)

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ astfel încât $x_1 = -2, x_{n+1} = x_n + \frac{2026}{x_n}, \forall n \geq 1$. Calculați:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$.

Problema 4 (23 de puncte)

Arătați că pentru orice matrice $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ cu $\det(A-B) \neq 0$ este verificată egalitatea $A(A-B)^{-1}B = B(A-B)^{-1}A$.

V. Pop

Timp de lucru: 3 ore.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Str. N. Bălcescu nr. 26, 700117, Iași
Tel: +40 (0)232 26 80 14
Fax: +40 (0)232 26 77 05
www.isjiasi.ro